

李靖宇,王磊,江克贵,等. 基于改进狼群算法的概率积分法模型参数反演方法[J]. 采矿与岩层控制工程学报, 2021, 3(1): 017038.

LI Jingyu, WANG Lei, JIANG Kegui, et al. Parameter inversion method of probability integral model based on improved wolves algorithm[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering, 2021, 3(1): 017038.

基于改进狼群算法的概率积分法模型参数反演方法

李靖宇,王磊,江克贵,滕超群

(安徽理工大学 测绘学院,安徽 淮南 232001)

摘要: 概率积分法是国内广泛应用的开采沉陷预计方法,如何基于实测数据,精确、快速、可靠地获得概率积分法模型参数,一直是该方法应用的难点。鉴于此,在分析WPA优缺点的基础上提出二次游走、变异行为改进策略,形成了改进狼群算法(IWPA),并将IWPA引入概率积分法模型参数反演中,构建基于改进狼群算法的概率积分法模型参数反演方法(MIWPA)。模拟试验结果表明:MIWPA反演参数相对误差、参数中误差分别不超过3.4%,4.02,且MIWPA的准确性、可靠性均优于MWPA;将MIWPA应用在淮南矿区顾桥矿1414(1)工作面的概率积分法模型参数反演中,获取的概率积分法模型参数为 $q=0.93$, $\tan\beta=1.98$, $b=0.42$, $\theta=84.53^\circ$, $S_1=-12.44\text{ m}$, $S_2=-18.80\text{ m}$, $S_3=55.06\text{ m}$, $S_4=33.98\text{ m}$,下沉值与水平移动值拟合中误差为114.88 mm,满足工程应用要求。

关键词: 开采沉陷预计;概率积分法;智能优化算法;改进狼群算法

中图分类号:TD325

文献标志码:A

文章编号:2096-7187(2021)01-7038-08

Parameter inversion method of probability integral model based on improved wolves algorithm

LI Jingyu, WANG Lei, JIANG Kegui, TENG Chaoqun

(School of Geomatics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: Probabilistic integral method is a widely used method for predicting mining subsidence in China. How to accurately, quickly and reliably obtain the probability integral method model parameters based on the measured data has always been the difficulty of this method. Given this, based on the analysis of the advantages and disadvantages of WPA, this paper proposes the improvement strategy of second-migration mutation behavior, forms the improved wolves algorithm (IWPA), and introduces the IWPA into the probabilistic integral method for predicting parameters inversion, and constructs the probabilistic integral method model parameter inversion method (MIWPA) based on the improved wolves algorithm. The simulation results show that the relative error and median error of MIWPA inversion parameters are less than 3.4% and 4.02 respectively, and the accuracy and reliability of MIWPA are better than that of MWPA. Applying MIWPA to the parameter inversion of the probability integral method model of

收稿日期:2020-03-06

修回日期:2020-04-22

责任编辑:许书阁

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41602357);安徽高校自然科学基金资助项目(KJ2016A190);江苏省资源环境信息工程重点实验室开放基金资助项目(JS201801)

作者简介: 李靖宇(1997—),男,安徽宿州人,硕士研究生,主要从事矿山变形监测及控制技术方面的研究工作。E-mail:635252751@qq.com

通信作者: 王磊(1984—),男,安徽合肥人,副教授,硕士生导师,博士。E-mail:austwlei@163.com

1414(1) working face in Guqiao Mine of Huainan Mining Area, and the obtained probability integral model parameters were $q = 0.93$, $\tan \beta = 1.98$, $b = 0.42$, $\theta = 84.53$, $S_1 = -12.44$ m, $S_2 = -18.80$ m, $S_3 = 55.06$ m, $S_4 = 33.98$ m. The median error of subsidence and horizontal movement fitting was 114.88 mm, which met the engineering application accuracy.

Key words: prediction of mining subsidence; probability integral method; intelligent optimization algorithm; improved wolves algorithm

我国能源资源结构具有“富煤、贫油、少气”的特点,其中煤炭资源在一次能源结构的生产和消费中所占比例高达76%和66%,因此在可再生资源形成规模之前,煤炭将长期作为主体能源担负着国家能源安全 and 经济持续发展的重任^[1]。高强度的煤炭开采势必会造成矿区环境灾害问题,如地面塌陷、工程地质损害等,开采沉陷预计对于“三下”采煤、矿区环境灾害防治可起到指导性作用,因而开采沉陷预计一直是我国矿山领域的热点问题。概率积分法是我国普遍采用的开采沉陷预计方法,该方法已积累大量的实践经验,形成了相对成熟的预计参数体系^[2],如何基于实测数据,精确、快速、可靠地获得概率积分法模型参数,一直是该方法应用的难点。

概率积分法模型参数反演主要经历了特征点法、线性近似法^[3]、正交实验法^[4],特征点法因曲线特征点难以精确确定进而导致求参误差大;线性近似法对模型参数初值要求极高,若初值精度不高,则会导致求参模型发散;正交实验法求参速度慢且不易借助计算机实施;针对概率积分法模型参数反演中存在的问题,一些专家学者提出采用智能优化算法反演概率积分法模型参数。查剑锋^[5]等利用遗传算法进行概率积分法模型参数反演,此后又有专家学者将粒子群算法^[6]、人工蜂群算法^[7]、果蝇算法^[8]引入到了概率积分法模型参数反演中,为概率积分模型参数反演提供了新途径。近年来,吴虎胜^[9]等提出了狼群算法,与传统智能优化算法相比,狼群算法具有收敛速度较快、可有效避免局部最优解、统计结果精度较高等良好的寻优特性;文献[10–12]对狼群算法提出了改进方案,进一步提高了狼群算法的寻优特性。目前,狼群算法已在移动机器人路径规划^[13]、桥起主梁优化^[14]、井下排水采气超声速喷嘴优化^[15]等领域得到了广泛应用,但鲜有概率积分法模型参数反演方面的案例报道。

鉴于此,本文在分析狼群算法优缺点的基础上

提出二次游走、变异行为改进策略,形成了改进狼群算法(IWPA),与狼群算法相比,改进狼群算法的搜索精细程度、跳出局部最优解能力得到了有效提高,并将改进狼群算法引入概率积分法模型参数反演中,构建改进狼群算法的概率积分法模型参数反演方法(MIWPA)。

1 反演方法

1.1 基本狼群算法

人工狼群狩猎区域^[15]为一个 $N \times D$ 的欧氏空间(N 为人工狼总数, D 为待求参数维度),任意一匹人工狼为 $W_n = (w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nd}, \dots, w_{nD})$ 。在人工狼群中,每一匹人工狼都是随机生成的,随机生成人工狼的公式为

$$W_n = (w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nd}, \dots, w_{nD}) \quad (1 \leq n \leq N, 1 \leq d \leq D) \quad (1)$$

$$w_{nd} = w_{\min} + \text{rand} \times (w_{\max} - w_{\min}) \quad (2)$$

式中, w_{nd} 为第 n 匹人工狼在第 d 维空间中的位置(即第 n 组随机参数中的第 d 个参数); $w_{\max}$, $w_{\min}$ 分别为 w_{nd} 中的最大值、最小值;rand为-1至1之间均匀分布的随机数。

(1) 头狼产生规则

在人工狼群中,头狼感知气味浓度最大,头狼不断变化且不参与游行、奔袭、围攻行为。

(2) 游走行为

探狼是除头狼外、感知气味浓度较大的人工狼。探狼每次游走向不同方向前进,每次前进后返回原来位置,若探狼前进后感知气味浓度超过头狼感知气味浓度,则更新头狼并进行奔袭行为,若不是,则继续游走直至更新头狼或达到最大游走次数;游走结束后,若探狼感知最大气味浓度大于当前位置感知气味浓度,则更新探狼。第 k 次前进后,探狼的位置为

$$w_{nd}^k = w_{nd} + \text{rand} \times \text{step } a^d \quad (3)$$

式中, w_{nd} 为开始搜寻猎物前,探狼在第 d 维空间中的

位置; $\text{step } a^d$ 为探狼在第 d 维空间中的游走步长。

(3) 奔袭行为

猛狼是距头狼较近的人工狼。猛狼在奔袭过程中,若感知气味浓度超过头狼感知气味浓度,则更新头狼且继续奔袭行为,直至猛狼与头狼之间的距离满足要求。猛狼奔袭后的位置为

$$w_{nd} = w_{nd} + \text{rand} \times \text{step } b^d \times \frac{w_{nd} - w_{\text{lead}}^d}{|w_{nd} - w_{\text{lead}}^d|} \quad (4)$$

式中, w_{nd} 为猛狼在第 d 维空间中的位置; $\text{step } b^d$ 为猛狼在第 d 维空间中的奔袭步长; w_{lead}^d 为头狼在第 d 维空间中的位置。

(4) 围攻行为

猛狼、探狼接收头狼的信号后,开始围攻猎物,若每次攻击后感知气味浓度超过原位置感知气味浓度,则更新该人工狼。第 $k+1$ 次攻击后的位置为

$$w_{nd}^{k+1} = w_{nd}^k + \text{step } c^d \times |G_d^k - w_{nd}^k| \quad (5)$$

式中, w_{nd}^k 为第 k 次攻击后,猛狼、探狼在第 d 维空间中的位置; $\text{step } c^d$ 为猛狼、探狼在第 d 维空间中的围攻步长; G_d^k 为第 k 次攻击后,猎物在第 d 维空间中的位置。

(5) 狼群更新规则

围攻结束后,淘汰感知气味浓度较小的人工狼,同时根据式(1),(2)随机生成相同数量的人工狼。

1.2 狼群算法改进策略

(1) 二次游走

在狼群算法游走行为中,存在下述问题:首先,对于某一探狼而言,其游走方向数固定不变;其次,当探狼游走至猎物附近时,游走步长可能会超出探狼与头狼间的距离,游走后无法感知更大的气味浓度,此时探狼与猎物间虽具有一定距离,但无法进一步靠近猎物;最后,当探狼与猎物间的初始距离较大时,游走后感知更大的气味浓度并向猎物前进,但游走步长可能略小,直至游走结束,距离猎物仍有一定距离。假如探狼A,B游走方向数为4,则狼群算法游走方式如图1所示。

针对上述问题,为提高狼群算法的搜索精细程度,提出了二次游走改进策略,其思想如下:

① 将狼群算法探狼游走视为一次游走,探狼选择以一次游走感知气味浓度最大的方位为起点,进行二次游走。

② 探狼二次游走时,根据一次游走结果,做出

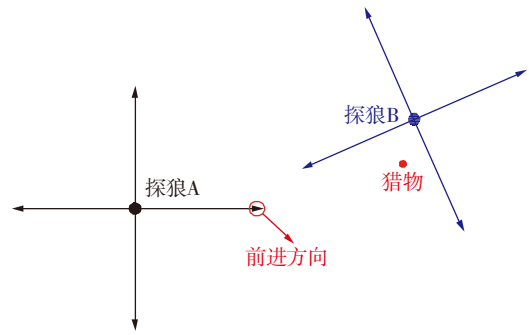


图1 WPA探狼游走

Fig. 1 WPA spies the wolf

不同的反应:对于探狼A而言,其二次游走与一次游走相比,方向数相同但步长较长;对于探狼B而言,其二次游走与一次游走相比,方向数较多且步长较短。

假如探狼A,B游走方向数为4,则改进狼群算法游走方式如图2所示。

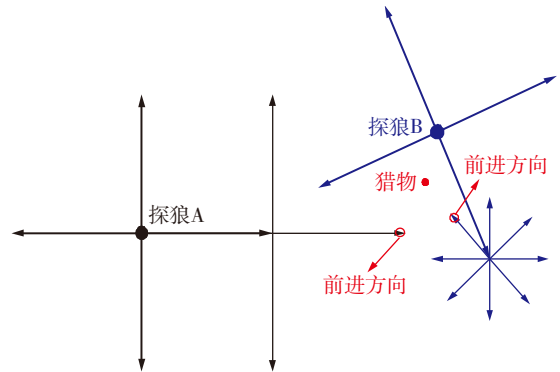


图2 IWPA探狼游走

Fig. 2 IWPA spies away

③ 探狼二次游走中,每一次前进后,返回二次游走前位置,第 m 次前进后的位置为

$$w_{nd}^m = w_{nd1} + \text{rand} \times \text{step } a_1^d \quad (6)$$

式中, w_{nd1} 为探狼一次游走感知气味浓度较大的方位; $\text{step } a_1^d$ 为探狼第 d 维空间中的二次游走步长。

(2) 变异行为

狼群算法为跳出局部最优解,对狼群进行狼群更新:淘汰部分感知气味浓度较低的人工狼并随机生成等数量的人工狼;但生成的大部分人工狼适应度函数较低或距离头狼较远,无法成为探狼或猛狼,因此没有参与到狼群游走、奔袭、围攻行为中,并在下一次迭代前的狼群更新中被淘汰,从而导致狼群算法跳出局部最优解能力受到限制。针对上述问题,提出变异行为改进策略,其思想如下。

① 召唤行为后,狼群并不立刻进行围攻行为,

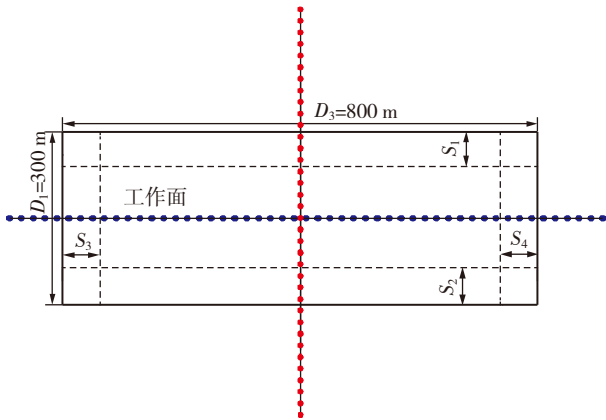


图4 模拟工作面及地表监测点布置

Fig. 4 Schematic diagram of simulated working face and surface monitoring points

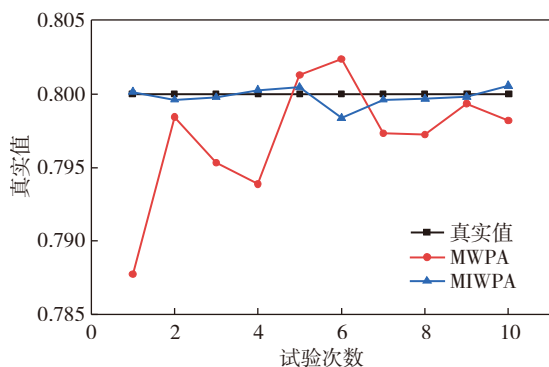
表 1 MWPA 和 MIWPA 参数估计值与设计值对比

Table 1 Estimated values of MWPA and MIWPA parameters were compared with the design values

参数	设计值	MWPA			MIWPA		
		参数平均值	参数相对误差/%	参数拟合中误差	参数平均值	参数相对误差/%	参数拟合中误差
q	0.800 0	0.797 1	0.361 9	0.004 9	0.799 8	0.023 7	0.000 6
$\tan \beta$	2.500 0	2.512 9	0.517 0	0.020 9	2.500 4	0.014 7	0.003 4
b	0.250 0	0.251 4	0.562 8	0.002 3	0.250 1	0.026 1	0.000 2
$\theta/(^{\circ})$	85.000 0	83.799 4	1.412 5	2.755 8	85.050 0	0.058 8	1.006 9
S_1/m	60.000 0	63.354 2	5.590 3	9.294 5	61.966 8	3.278 0	4.005 4
S_2/m	60.000 0	56.710 9	5.481 8	9.380 9	57.991 8	3.347 1	4.016 8
S_3/m	60.000 0	56.266 2	6.222 9	6.117 2	61.203 3	2.005 5	2.971 6
S_4/m	60.000 0	63.655 9	6.093 2	6.243 0	58.816 8	1.972 0	3.000 8

由表1可知:在参数相对误差方面,MWPA反演参数相对误差最大不超过6.3%,MIWPA反演参数相对误差最大控制在3.4%以内。在参数拟合中误差方面,MIWPA反演参数拟合中误差均小于MWPA,MWPA反演参数中误差最大不超过9.39,MIWPA反演参数中误差最大不超过4.02。

试验结果表明,与MWPA的反演参数结果相比,MIWPA方法更加稳健,且参数反演参数精度大幅提高。



(a) 下沉系数 q

模拟工作面如图4所示。矿区概率积分法模型参数为:下沉系数 $q = 0.8$,水平移动系数 $b = 0.25$,主要影响角正切 $\tan \beta = 2.5$,最大下沉角 $\theta = 85^{\circ}$,上、下、左、右拐点偏移距为 $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 60 \text{ m}$ 。

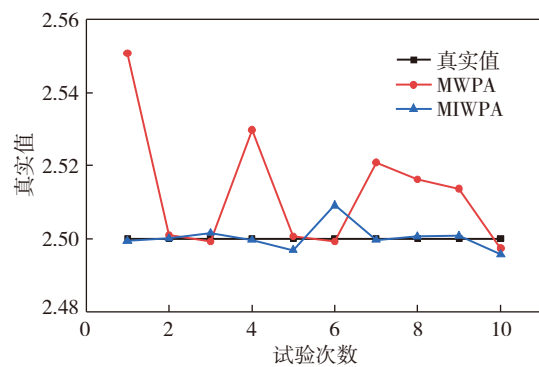
2.2 改进狼群算法参数估计准确性

分别利用MWPA,MIWPA进行概率积分法模型参数反演,试验设计方案如下:参数 $q, \tan \beta, b, \theta, S_1, S_2, S_3, S_4$ 波动范围分别为 $0.5 \sim 1.1, 2.0 \sim 3.0, 0.05 \sim 0.45, 82 \sim 88, 40 \sim 80, 40 \sim 80, 40 \sim 80, 40 \sim 80$,为了防止试验结果出现偶然性,进行10次概率积分法模型参数反演试验,计算参数中误差及参数相对误差,试验结果见表1。

2.3 改进狼群算法的可靠性

为进一步证明MIWPA的可靠性,基于模拟试验,分别利用MWPA和MIWPA反演概率积分模型参数10次,反演参数结果的波动情况如图5所示。由图5可知,与MWPA相比较,MIWPA反演参数波动范围较小,反演参数更接近于真实值。

综上所述,MIWPA反演参数的稳定性、精度均优于MWPA,MIWPA反演概率积分法模型参数具有更好的可靠性。



(b) 主要影响角正切 $\tan \beta$

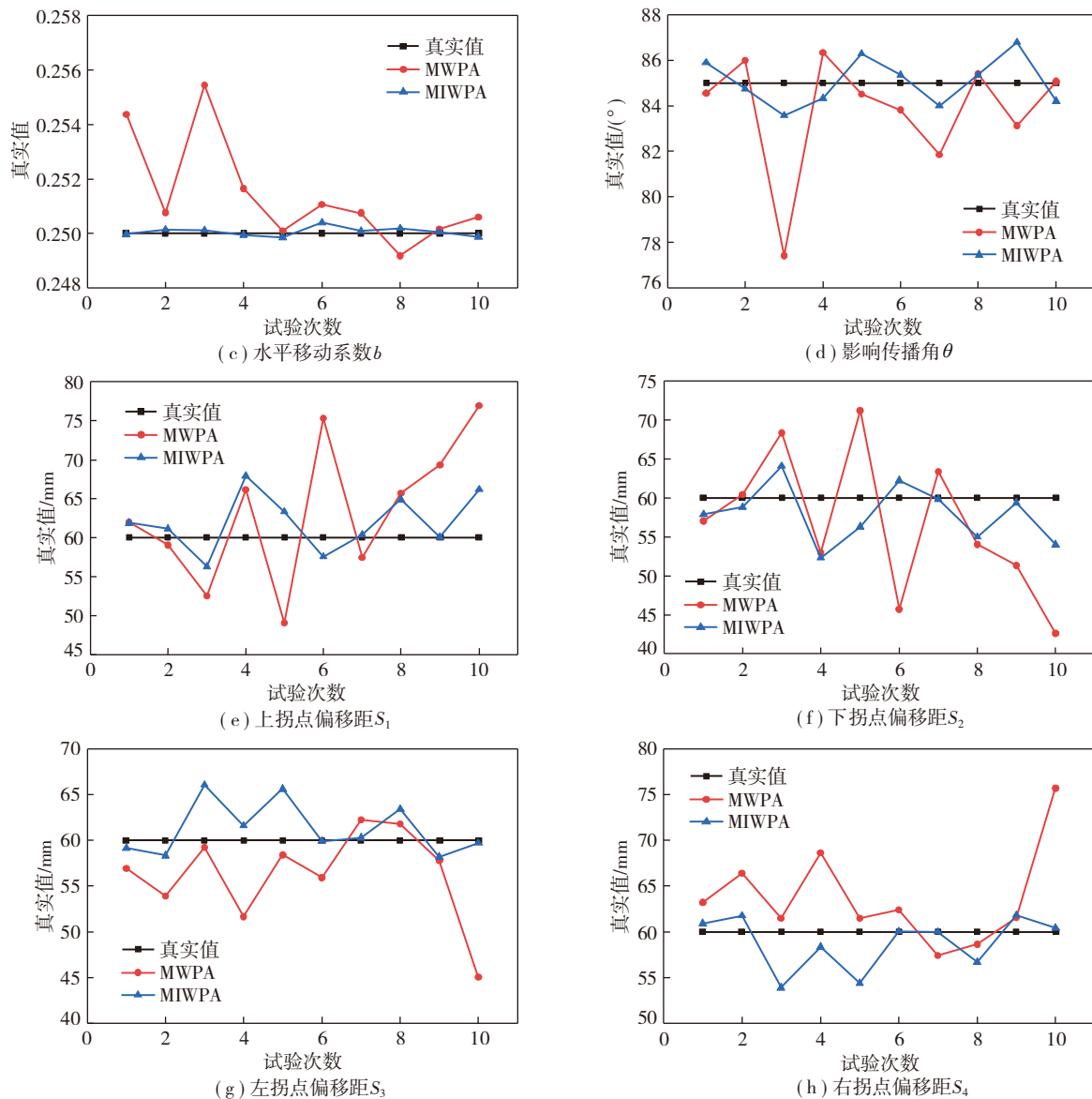


图5 10次模拟试验反演参数波动情况

Fig. 5 Fluctuation of parameters was inverted in 10 simulation experiments

3 工程实例

3.1 矿区概况

淮南顾桥南矿1414(1)为顾桥煤矿南区的第1个回采工作面,工作面从矿床边界开始向巷道往回开采,采用机械化掘进,垮落法管理顶板,一次采全高,工作面地质采矿条件为:走向开采长度2 120 m,倾向开采长度251 m,平均采深735 m,煤层平均采厚3 m,煤层倾角5°。主断面倾向观测线布置在距开切眼约1 144 m、终采线约976 m处,倾向线长度为1 500 m,相邻点之间点间距为30 m,共布设3个控制点和50个监测点。主断面走向观测线布置在下山方向偏离工作面中心线39 m的方向上,走向线长度

约3 480 m,相邻点之间点间距为30 m/60 m,共布设3个控制点和95个监测点。观测站布设如图6所示。



图6 观测站布设

Fig. 6 Observation station layout

3.2 试验结果及分析

将顾桥南矿1414(1)的实测数据经过预处理,在走向线上选取75个监测点,在倾向线上选取47个监测点,利用MWPA,MIWPA进行概率积分法模型参数反演。为避免试验的偶然性,进行了10次试验,然后分别计算参数平均值与参数中误差。其结果见表2。

表2 MWPA和MIWPA在工程应用中求参结果比较

Table 2 Comparison of parameter calculation results between MWPA and MIWPA in engineering application

参数	波动范围	MIWPA		MWPA	
		平均值	中误差	平均值	中误差
q	[0.7 ~ 1.3]	0.934 6	0.014 9	0.942 6	0.020 6
$\tan \beta$	[1.5 ~ 2.5]	1.984 6	0.021 6	1.980 9	0.037 5
b	[0.05 ~ 0.45]	0.424 3	0.006 2	0.418 5	0.007 1
$\theta/(^{\circ})$	[84 ~ 90]	84.532 8	0.878 7	84.804 4	1.078 1
S_1/m	[-20 ~ 20]	-12.441 6	4.425 4	-10.893 2	5.122 5
S_2/m	[-30 ~ 10]	-18.799 7	4.649 2	-19.470 9	5.330 6
S_3/m	[45 ~ 85]	55.059 3	2.868 7	57.857 0	5.232 5
S_4/m	[25 ~ 65]	33.980 5	3.375 5	37.220 3	4.697 3

由表2可知:从参数中误差方面来看,MIWPA反演参数 $q, \tan \beta, b, \theta$ 中误差控制在0.88以内,拐点偏移距 S_1, S_2, S_3, S_4 中误差最大不超过4.65, MWPA反演参数 $q, \tan \beta, b, \theta$ 的中误差控制在1.08以内,拐点偏移距 S_1, S_2, S_3, S_4 中误差最大不超过5.34;表明MIWPA稳定性优于MWPA。利用MIWPA反演顾桥矿1414(1)工作面概率积分法模型参数为: $q = 0.93, \tan \beta = 1.98, b = 0.42, \theta = 84.53^{\circ}, S_1 = -12.44 \text{ m}, S_2 = -18.80 \text{ m}, S_3 = 55.06 \text{ m}, S_4 = 33.98 \text{ m}$ 。

将MIWPA反演的概率积分法模型参数代入概率积分法模型,计算出的下沉曲线、水平移动曲线分别如图7,8所示。

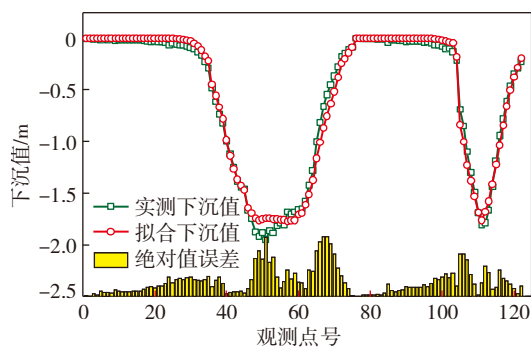


图7 MIWPA工程实例参数估计下沉值拟合情况

Fig. 7 Parameter estimation subsidence value fitting of MIWPA project example

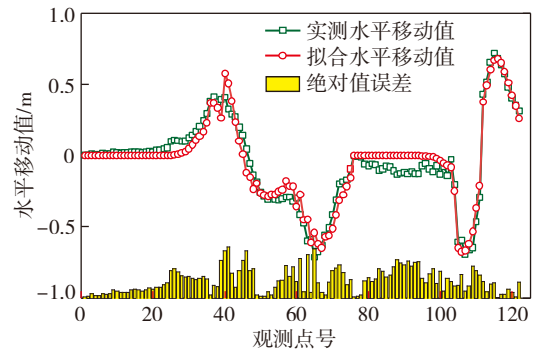


图8 MIWPA工程实例参数估计水平移动值拟合情况

Fig. 8 Fitting condition of parameter estimation horizontal moving value of MIWPA project example

由图7,8可知,下沉值、水平移动值的实测曲线与拟合曲线基本一致,实测值与拟合值间的绝对值误差均不超过300 mm,下沉与水平移动拟合中误差为114.88 mm。可见,MIWPA在反演概率积分法模型参数中具有实际应用价值。

4 结论

(1) 在分析WPA优缺点的基础上,提出二次游走、改进变异行为策略,形成了改进的WPA(IWPA),并将IWPA引入概率积分法模型参数反演中,构建了基于改进狼群算法的概率积分法模型参数反演方法(MIWPA),并编制了工程应用程序。

(2) 通过模拟试验论证了MIWPA的精确性与可靠性。模拟试验结果表明:MIWPA反演参数相对误差、参数中误差分别不超过3.4%,4.02,满足工程要求;MIWPA的准确性、可靠性均优于MWPA。

(3) 利用MIWPA对顾桥矿1414(1)工作面概率积分法模型参数反演。概率积分法模型参数结果为 $q = 0.93, \tan \beta = 1.98, b = 0.42, \theta = 84.53^{\circ}, S_1 = -12.44 \text{ m}, S_2 = -18.80 \text{ m}, S_3 = 55.06 \text{ m}, S_4 = 33.98 \text{ m}$,下沉值与水平移动值拟合中误差为114.88 mm。

参考文献(References):

- [1] 袁亮,姜耀东,王凯,等. 我国关闭/废弃矿井资源精准开发利用的科学思考[J]. 煤炭学报,2018,43(1): 14-20.
YUAN Liang, JIANG Yaodong, WANG Kai, et al. Precision exploitation and utilization of closed/abandoned mine resources in China[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(1): 14-20.
- [2] 魏宗海,熊伟. 概率积分法开采沉陷预测的数值计算与分析[J]. 测绘工程,2019,28(3): 35-40.
WEI Zonghai, XIONG Wei. Numerical calculation and analyzation of mining subsidence prediction based on probability integral method[J].

- Engineering of Surveying and Mapping, 2019, 28(3): 35–40.
- [3] 郭广礼,汪云甲. 概率积分法参数的稳健估计模型及其应用研究[J]. 测绘学报, 2000, 29(2): 162–165.
GUO Guangli, WANG Yunjia. Study of robust determining parameters model for probability-integral method and its application[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2000, 29(2): 162–165.
- [4] 查剑锋,贾新果,郭广礼. 概率积分法求参初值选取的均匀设计方法[J]. 金属矿山, 2006, 35(11): 27–29.
ZHA Jianfeng, JIA Xinguo, GUO Guangli. Uniform design method for initial value selection in parameter determination by probability-integral method [J]. Metal Mine, 2006, 35(11): 27–29.
- [5] 查剑锋,冯文凯,朱晓峻. 基于遗传算法的概率积分法预计参数反演[J]. 采矿与安全工程学报, 2011, 28(4): 655–659.
ZHA Jianfeng, FENG Wenkai, ZHU Xiaojun. Research on parameters inversion in probability integral method by genetic algorithm [J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2011, 28(4): 655–659.
- [6] 徐孟强,查剑锋,李怀展. 基于PSO算法的概率积分法预计参数反演[J]. 煤炭工程, 2015, 47(7): 117–119, 123.
XU Mengqiang, ZHA Jianfeng, LI Huaizhan. Parameters inversion in probability integral method by Particle Swarm Optimization [J]. Coal Engineering, 2015, 47(7): 117–119, 123.
- [7] 刘奇,朱建军,苏军明,等. 基于改进人工蜂群算法的概率积分法参数反演[J]. 测绘工程, 2017, 26(10): 18–21, 29.
LIU Qi, ZHU Jianjun, SU Junming, et al. Parameters inversion in probability integral method based on self-adaptive artificial bee colony [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2017, 26(10): 18–21, 29.
- [8] 周棒,康建荣,胡晋山,等. 基于改进果蝇算法的概率积分法预计参数反演[J]. 中国矿业, 2018, 27(11): 169–173, 180.
ZHOU Bang, KANG Jianrong, HU Jinshan, et al. Prediction parameters inversion of the probability integral method based on the improved fruit flies algorithm[J]. China Mining Magazine, 2018, 27(11): 169–173, 180.
- [9] 吴虎胜,张凤鸣,吴庐山. 一种新的群体智能算法——狼群算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(11): 2430–2438.
WU Husheng, ZHANG Fengming, WU Lushan. New swarm intelligence algorithm—wolf pack algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(11): 2430–2438.
- [10] 郭立婷. 基于自适应和变游走方向的改进狼群算法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2018, 45(3): 284–293.
GUO Liting. Improved wolf pack algorithm based on adaptive step length and adjustable scouting direction[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2018, 45(3): 284–293.
- [11] 王盈祥,陈民铀,程庭莉,等. 基于差分进化的改进狼群算法研究[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(8): 2305–2310.
WANG Yingxiang, CHEN Minyou, CHENG Tingli, et al. Research of improved wolf pack algorithm based on differential evolution[J]. Application Research of Computers, 2019, 36(8): 2305–2310.
- [12] 李国亮,魏振华,徐蕾. 基于改进搜索策略的狼群算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(6): 1633–1636, 1687.
LI Guoliang, WEI Zhenhua, XU Lei. Wolf pack algorithm based on modified search strategy[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(6): 1633–1636, 1687.
- [13] 倪郁东,费学芳,沈吟东,等. 基于改进狼群算法的移动机器人路径规划[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2019, 42(10): 1424–1430.
NI Yudong, FEI Xuefang, SHEN Yindong, et al. Path planning of mobile robot based on improved wolf pack algorithm[J]. Journal of Hefei University of Technology(Natural Science), 2019, 42(10): 1424–1430.
- [14] 袁宇杰,王宗彦,张子健,等. 改进狼群算法在桥起主梁优化中的应用[J]. 机械制造与自动化, 2019, 48(1): 45–48.
YUAN Yujie, WANG Zongyan, ZHANG Zijian, et al. Application of improved wolves algorithm in bridge girder optimization[J]. Machine Building & Automation, 2019, 48(1): 45–48.
- [15] 郑国雨,李伟鹏,邱晓宁. 基于改进狼群算法的井下排水采气超声速喷嘴优化[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(31): 129–133.
ZHENG Guoyu, LI Weipeng, QIU Xiaoning. Optimization of supersonic nozzle applied to drainage gas recovery based on improved wolf algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(31): 129–133.